כאשר נהוג לכתוב

נניח ש מוגדרת בסביבת .

אם קיים הגבול , נסמן אותו ב – הנגזרת החלקית לפי x של f בנקודה .

באופן דומה, אם קיים הגבול נסמן אותו ב – הנגזרת החלקית לפי y של f בנקודה .

# הגדרה

תהי מוגדרת בסביבת . נגדיר עבור הנגזרת החלקית לפי של f בנקודה להיות הגבול(אם הוא קיים!) באשר

## דוגמה

# תזכורת

אומרים שf גזירה ב אם

1. קיים

או באופן שקול לחלוטין

1. מתקיים עבור איזה

בנסיבות אלה מגדירים

*מהן הפונקציות הלינאריות(במובן אלגברה לינארית) ?  
כל פונקציה מהסוג הזה הינה עבור באשר*

לכן ניתן לכתוב את תנאי ב' בתור

תהי מוגדרת בסביבת . נגיד שf דיפרנציאבילית ב אם קיימת העתקה לינארית כך ש

כל פונקציה לינארית מוגדרת ע"י דרך

# הגדרה

תהי f מוגדרת בסביבת , מקבלת ערכים ממשיים. נגיד שf דיפרנציאבילית ב אם קיים כך ש

## עבור

אם קיימים כך ש אזי f דיפרנציאבילית ב

אם (\*) מתקיים אזי . נניח ש(\*) מתקיים, קח :

*מכאן, תנאי הכרחי לכך שf תהיה דיפרנציאבילית ב הוא שכל הנגזרות החלקיות (מהסדר הראשון) קיימות ב.*

*ברור מההגדרה שאם f דיפרנציאבילית ב אזי היא רציפה ב.*

*f רציפה ב אם ורק אם*

*f דיפרנציאבילית ב אם ורק אם*

*מזה רואים שקיום הנגזרות החלקיות ב אינו מספיק לדיפרנציאביליות ב*

# משפט

תהי f מוגדרת בסביבת ונניח שהנגזרות החלקיות , קיימות בסביבת ושהן רציפות ב. אזי f דיפרנציאבילית ב

## הוכחה

צ"ל

ע"פ משפט לגרנז' קיים כך ש  
גם קיים כך ש

## זהו תנאי מספיק אבל לא הכרחי. דוגמה:

הפונקציה דיפרנציאבילית ב אבל לא מקיימת התנאי של התוצאה הקודמת.

אם f דיפרנציאבילית ב קוראים לפונקציה הלינארית  
  
הדיפרנציאל של f ב וכותבים או

# הגדרה

אם קבוצה פתוחה וקשירה נגיד שD הוא תחום.

D פתוחה אם היא מכילה סביבה של כל נקודה שלה.

D קשירה *אם אפשר להגיע מכל נקודה שלה אל כל נקודה אחרת של דרך מסילה שהיא איחוד של מספר סופי של קטעים הכל מוכל בD.(ההגדרה הזאת אינה טובה באופן כללי, אבל היא טובה עבור קבוצות פתוחות.*

# משפט

תהי פונקציה המוגדרת בתחום . תהיינה *פונקציות המוגדרות בקטע , כך שלכל , . נגדיר .*

*נניח שהנגזרות החלקיות קיימות ורציפות בD וש גזירות בT. אזי F גזירה כפונקציה של t ומתקיים*

## הוכחה

צ"ל